高一般
令２

数　　学　（４５分）

※解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

1

次の① ～ ⑤の計算をしなさい。⑥ ～ ⑩は指示に従って答えなさい。

① $-5-(-9)$

② $(-3)\times(-5)$

③ $3(a+2b)-(a+7b)$

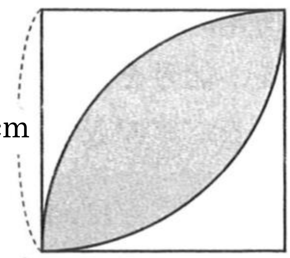
④ $12ab\div\frac{2}{3}a$

⑤ $(\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-3)$

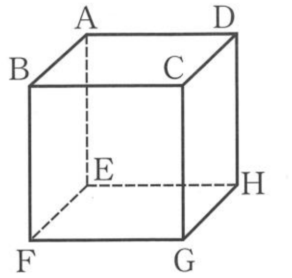
⑥ 方程式 $x^2-5x+2=0$ を解きなさい。

⑦ 連立方程式 $\begin{cases} x+3y=-3 \\ 2x-y=8 \end{cases}$ を解きなさい。

⑧ 右の図は，1 辺が 4 cm の正方形に，おうぎ形を組み合わせた図形である。影をつけた部分の面積を求めなさい。



⑨ 右の図のような立方体について，正しく述べられている文は，**ア**～**エ**のうちではどれですか。すべて答えなさい。



ア　△ABD と△AEG では，△ABD の方が面積が大きい。

イ　△ABD と△AEG では，△AEG の方が面積が大きい。

ウ　線分 AG と線分 CH では，線分 AG の方が長い。

エ　線分 AG と線分 CH では，線分 CH の方が長い。

⑩ 袋の中に，大きさが等しい赤玉と白玉があわせて 400 個入っています。これをよくかき混ぜて 30 個の玉を取り出したところ，赤玉が 12 個，白玉が 18 個でした。最初に，袋の中にあった赤玉の個数はおよそ何個か，推測しなさい。

2

花子さんは，子供会で次のような**[ルール]**のさいころゲームを企画した。① ～ ③に答えなさい。ただし，さいころの 1 から 6 までの目の出方は，同様に確からしいものとする。

[ルール]
- 大小 2 つのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出た目の数を分母，小さいさいころの出た目の数を分子とする数を x とする。
- さいころを投げる前に，x が分数になるか整数になるかを予想する。
- 実際にさいころを投げ，予想が当たっていればお菓子がもらえる。

例えば, 大きいさいころの出た目の数が 3, 小さいさいころの出た目の数が 6 のとき, 約分できるので, $x=2$ である。

① 大きいさいころの出た目の数が 2 のとき，x が整数となるのは何通りあるかを求めなさい。

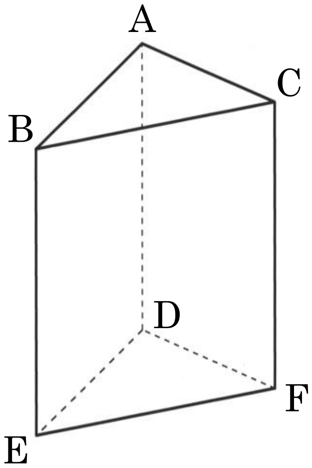
② $x=3$ となる確率を求めなさい。

③ x は，整数と分数とではどちらになりやすいか。なりやすい方の確率を求めなさい。

3 数学の授業で立体の体積の求め方について学習した太郎さんは，なぜ，円柱や角柱の体積に$\frac{1}{3}$をかけると円錐や角錐の体積になるのかに興味をもち，底面が二等辺三角形の三角柱を用いて次のように考えた。①～③に答えなさい。

＜太郎さんの考え方＞

・右の図のようなAB＝ACの二等辺三角形ABCを底面とする三角柱を考える。
・頂点Aから辺BCに垂線を引き，辺BCとの交点をHとする。
・三角柱を２つの立体に分け，２つの立体の体積の和として，三角柱の体積を考える。



①　解答欄の点と直線について，点から直線に垂線を引くとき，直線と垂線との交点Pを定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

②　太郎さんは，辺AB，BCの長さがわかると，△ABCの面積を求めることができる理由を，次のように説明した。$\boxed{\quad\quad}$に△ABH≡△ACHの証明を書き，**＜説明＞**を完成させなさい。

＜説明＞

△ABHと△ACHについて，

$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

△ABH≡△ACHである。合同な図形では対応する辺は等しいので，BH＝CHとなる。このことを利用すると，辺BCの半分がBHとわかるので，三平方の定理を用いてAHを求め，三角形ABCの面積を求めることができる。

③　太郎さんは，角錐の体積は角柱の体積のk倍になるとおいて方程式をつくり，方程式の解が$\frac{1}{3}$になるかどうかを確かめようとした。AB＝7 cm，BC＝10 cm，BE＝20 cmのとき，$\boxed{(1)}$～$\boxed{(3)}$に適当な数，$\boxed{(4)}$に適当な式を書き入れなさい。

線分AHの長さは$\boxed{(1)}$ cmであるので，底面積は$\boxed{(2)}$ cm²と求めることができる。よって，三角柱ABC‐DEFの体積は$\boxed{(3)}$ cm³である。また，$\boxed{(3)}$ cm³をk倍したものが，三角錐A‐DEFの体積である。

直線AHと面BEFCは垂直であるので，四角錐A‐BEFCの体積は，kを用いて$\boxed{(4)}$となる。

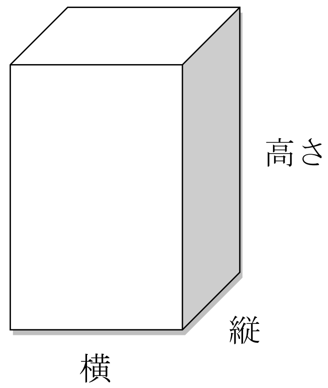
以上のことより，次のようなkについての方程式ができる。

（三角柱ABC‐DEFの体積）＝（三角錐A‐DEFの体積）＋（四角錐A‐BEFCの体積）

$\boxed{(3)} = k \times \boxed{(3)} + \boxed{(4)}$

この方程式を解くと，k＝$\frac{1}{3}$となる。

4　花子さんと桃子さんは，直方体の辺の長さの総和と表面積について考えた。次の会話文を読んで，①～④に答えなさい。



花子：直方体の縦，横，高さを 3 つの連続した整数としてみませんか。

桃子：そうね。そのときの長さの総和を調べてみるわ。

花子：それでは，表面積は私が調べてみるわ。

先生：2 人とも，間違えずに計算してね。辺の長さの総和も表面積も式をながめていると，気づくことがあるよ。

① 桃子さんは学校で習った文字式を用いて調べた。$\boxed{(1)}$ ，$\boxed{(3)}$ に適当な数，$\boxed{(2)}$ に適当な式を書き入れなさい。

> 直方体の辺は全部で $\boxed{(1)}$ 本ある。縦，横，高さをそれぞれ n cm，(n+1) cm，(n+2) cm とする。辺の長さの総和は $\boxed{(2)}$ cm であり，これは横の長さを $\boxed{(3)}$ 倍したものになる。

② 花子さんは表面積について調べた。$\boxed{(4)}$ に適当な数，$\boxed{(5)}$ に適当な式を書き入れなさい。

> 直方体の面は全部で $\boxed{(4)}$ 面ある。縦，横，高さをそれぞれ n cm，(n+1) cm，(n+2) cm として表面積は $\boxed{(5)}$ cm² である。

花子：表面積を求めても何も気づかないわ。

先生：表面積に 2 を足してみると何かわかるかもしれないよ。

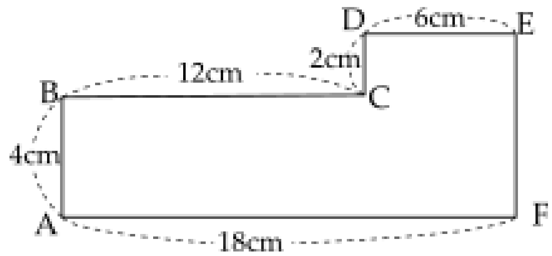
③ 先生の話を聞いた 2 人は，②で求めた式を使って，次のことがわかった。$\boxed{(6)}$ に適当な数，$\boxed{(7)}$ に適当な式を書き入れなさい。

> (表面積＋2) を計算すると
>
> $$(\text{表面積}+2) = \boxed{(6)}\left(\boxed{\quad(7)\quad}\right)^2$$ となる。

④ 縦，横，高さがこの順で，3 つの連続した整数である直方体の表面積が 2164 cm² であるとき，横の長さを求めなさい。

5 一郎さんと次郎さんは，次のように動く点を結んでできる三角形の面積について考えた。
①～③に答えなさい。

右図のように，$\angle A = \angle B = \angle D = \angle E = \angle F = 90^\circ$ である六角形 ABCDEF があり，点 P は，点 A を出発して A → B → C → D → E の順に辺上を毎秒 2 cm の速さで動き，点 E で止まる。一方，点 Q は，点 P と同時に点 A を出発して辺 AF 上を毎秒 3 cm の速さで動き，点 F で折り返して，点 A に戻って止まる。点 P, Q が動き始めてから t 秒後の△APQ の面積を S とする。



＜　一郎さんの考え　＞

【点 P, Q が動き始めてから t 秒後の面積 S】

(ⅰ) 点 P が AB 上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $0 \leqq t \leqq 2$ である。
AP = $\boxed{(1)}$ cm, AQ = $\boxed{(2)}$ cm だから，面積 S は $\boxed{(3)}$ cm² と表される。

(ⅱ) 点 P が BC 上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $2 < t \leqq 8$ であり，
$2 < t \leqq 6$ では，AQ = $\boxed{(2)}$ cm だから，面積 S は $\boxed{(4)}$ cm² と表される。
また，$6 < t \leqq 8$ では，AQ = $\boxed{(5)}$ cm だから，面積 S は $\boxed{(6)}$ cm² と表される。

(ⅲ) <u>点 P が CD 上にあるとき</u>

(ⅳ) 点 P が DE 上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $9 < t \leqq 12$ である。
AQ を底辺とすると，AQ の長さは減少し，高さは一定だから，面積 S は減少する。

① $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(6)}$ に t を使った適当な式を書き入れなさい。

② 下線部について，次郎さんは次のように考えた。$\boxed{(7)}$ は答えを求めるまでの過程を書きなさい。また，$\boxed{(8)}$ には t を使った適当な式を書き入れなさい。

＜　次郎さんの考え　＞

(ⅲ) 点 P が CD 上にあるとき
t のとりうる値の範囲は $8 < t \leqq 9$ である。
点 P から AF に垂線を引き，AF との交点を H とする。
高さ PH は $\boxed{(7)}$ だから，
面積 S は $\boxed{(8)}$ cm² と表される。

③ 点 P が点 D にあるときの面積 S と同じ面積となるのは，出発して何秒後か。 9 秒後以外に 2 つ求めなさい。