高一般
平２９

数　　　学 （４５分）

※解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

1

次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。

① $5-(-2)$

② $(-3)\times(-5)$

③ $2(a+3b)-(5a-b)$

④ $8a^2b\div(-4a)$

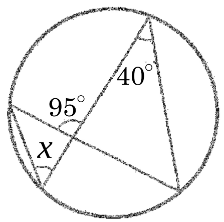
⑤ $2\sqrt{5}+\dfrac{15}{\sqrt{5}}$

⑥ 方程式 $x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

⑦ 関数 $y=ax^2$ について，xの変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のとき，yの変域が $0\leqq y\leqq 18$ である。このとき，定数aの値を求めなさい。

⑧ ３枚の硬貨を同時に投げるとき，表が１枚以上出る確率を求めなさい。

⑨ 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



⑩ 次の度数分布表は，あるクラス 40 人の通学距離を整理したものである。(1)，(2) を求めなさい。

通学距離（km）	度数（人）
0 以上 ～ 2 未満	5
2 ～ 4	14
4 ～ 6	11
6 ～ 8	6
8 ～ 10	1
10 ～ 12	3
計	40

(1) 通学距離の中央値が含まれる階級

(2) 6 km 以上 8 km 未満の階級の相対度数

2

兄と弟が，20 回の対戦を行うゲームをする。各対戦には，引き分けはなく，必ず勝敗が決まるものとし，得点は表のとおりとする。ゲーム開始時の持ち点は，兄が 5 点，弟が 20 点である。例えば，兄が 18 回勝ち，弟が 2 回勝ったとすると，兄の得点は 59 点，弟の得点は 24 点となる。①，②に答えなさい。

	兄	弟
勝	3 点増える	2 点増える
負	そのまま	そのまま

表

① ゲームが終わったとき，2 人の得点が同じになった。20 回のうち兄が x 回勝ち，弟が y 回勝ったとして，連立方程式をつくりなさい。

② ①のとき，2 人の得点が何点になっているかを求めなさい。

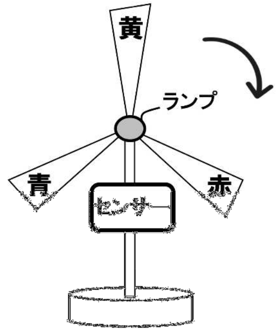
3

太郎さんは，風車や風力発電について調べた。①，② に答えなさい。

① 図のように風車には，赤，青，黄の羽根が等間隔についており，矢印の方向に一定の速さで回る。調べたところ，6 秒で 1 回転することが分かった。風車の支柱にセンサーをつけ，センサーの前を羽根が通過する毎にランプが 1 回ずつ光るようにした。

太郎さんは，ランプが 20 回点灯するまでの時間と羽根の色について次のようにまとめた。

次の空欄 $\boxed{(1)}$ には適当な数を， $\boxed{(2)}$ には適当な色を書き入れなさい。



図

最初に赤色の羽根がセンサーの前を通過しランプが点灯したときから，ランプが 20 回点灯するのは $\boxed{(1)}$ 秒後であり，そのとき通過した羽根は $\boxed{(2)}$ 色である。
（ただし，最初に赤色の羽根が通過したときの点灯は回数に含めない。）

② 太郎さんは風力発電について調べ，各世帯で使用する電力量が同じとき，風力発電により供給できる世帯数 Y（世帯）は電力量 X（kWh）に比例し，次の表の関係があることがわかった。

X	0	300 万	600 万	900 万	…
Y	0	800	1600	2400	…

表

(1)，(2) に答えなさい。

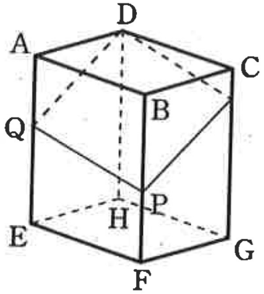
(1) 8100 万（kWh）で何世帯に供給できるかを求めなさい。

(2) 1 基の風車で 300 万（kWh）発電できるとすると，10 万世帯に供給するには最低何基の風車が必要かを求めなさい。

4 麻衣さんは，直方体の切り口が，三角形や四角形などいろいろな形になることに興味を持ち，そのことについて調べた。次は，麻衣さんが発表のために，その内容をまとめたものである。①，②に答えなさい。

右の図のように直方体 ABCD−EFGH は，AB = 6 cm，AD = 5 cm，AE = 10 cm である。辺 AE 上に AQ = 4 cm となるように点 Q をとると，DQ = $\boxed{(1)}$ cm である。

辺 BF 上に点 P をとり，D，Q，P を通る平面で切る。その切り口がひし形になるときを考える。このとき，DQ = PQ であるから $DQ^2 = PQ^2$ となる。ここで，点 Q から辺 BF に垂線を下ろし，交点を R とする。両端を含む線分 RF 上に点 P があるとき，切り口は平行四辺形になる。BP = x cm とし RP を x を使って表すと $\boxed{(2)}$ cm である。△PQR で三平方の定理を用いると，PQ^2 を x を使って表すことができる。よって，x の値が $\boxed{(3)}$ のとき，切り口はひし形になる。



図

① $\boxed{(1)}$，$\boxed{(3)}$ に適当な数をそれぞれ書き入れなさい。また，$\boxed{(2)}$ に当てはまるものとして最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア $10-x$　　**イ** $x+10$　　**ウ** $x+4$　　**エ** $x-4$

② 麻衣さんの発表を聞いた次郎さんは，次のように質問した。

切り口が長方形になるときはありますか。

次郎さんの質問に対して，麻衣さんは次のように説明した。$\boxed{(1)}$ には適当な式を書き入れなさい。また，$\boxed{(2)}$ に入れるのに適当な数を求め，**＜説明＞**を完成させなさい。ただし，$\boxed{(2)}$ は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜説明＞

△ABD において三平方の定理を用いると BD の長さを求めることができます。

次に△PBD に着目します。BP = x cm のとき三平方の定理を用いると PD^2 は，x を使って $\boxed{(1)}$ と表されます。長方形になるときは，∠DQP = 90° になります。△DQP に三平方の定理を用いて x の値を求めると $\boxed{(2)}$ となります。このとき，長方形になります。

ただし，x の値はひし形になるときと長方形になるときでは異なるので，AQ = 4 cm のとき切り口が正方形になることはありません。

5 次は，サッカーのシュートを蹴る位置について考えている和樹さんたちの会話である。①～④に答えなさい。

和樹：ゴールライン上のある地点に向かってまっすぐに走る選手がゴールに向かってシュートを蹴るとき，ゴールに対する角度はどこで蹴っても同じなのでしょうか。

先生：それでは，図 1 のように，サッカー場を真上から見た図で考えてみましょう。ゴールに向かってシュートを蹴る位置からゴールの左端と右端を見たときの間の角を $\angle x$ とします。$\angle x$ の大きさが最大になる位置を考えてみましょう。

京子：その位置は，(あ)<u>円の性質</u>を利用するとわかりそうですね。

先生：そうですね。図 1 を図 2 のように模式化して，直線 ℓ 上の 2 点 A，B を通り，直線 m に接する円 O を考えます。接点を C とし，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結んでできる∠ACB が，直線 m 上で，$\angle x$ の大きさが最大になる角ですね。

京子：(い)<u>△DBC ∽ △DCA</u> だから，相似比を使うと，図 2 で線分 DC の長さも求められそうですね。

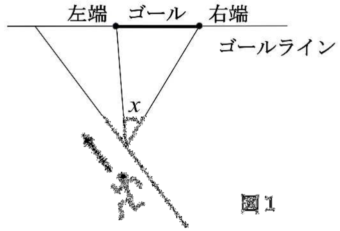


図 1

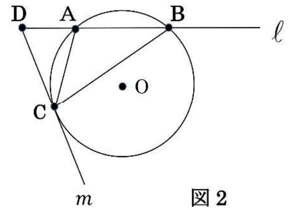


図 2

直線 ℓ	ゴールライン
直線 m	選手が走るライン
点 A	ゴールの左端
点 B	ゴールの右端
点 C	直線 m と円 O の接点
点 D	2 直線 ℓ と m の交点

① 下線部(あ)に関して，右の図 3 のように円周上に 3 点 P，Q，R があり，直線 PQ について，点 R と同じ側の円の外部に点 S，内部に点 T がある。∠PRQ = $\angle a$，∠PSQ = $\angle b$，∠PTQ = $\angle c$ とするとき，$\angle a$ と $\angle b$ と $\angle c$ の大小関係を表したものとして最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア $\angle c < \angle a < \angle b$　　**イ** $\angle a < \angle b < \angle c$
ウ $\angle b < \angle c < \angle a$　　**エ** $\angle b < \angle a < \angle c$

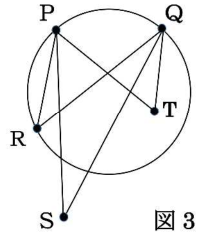


図 3

② 円の外部の点から円に接線を引くと 2 本の接線が引ける。その接線を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

③ 下線部(い)を京子さんは図 2 において，次のように証明した。$\boxed{(1)}$，$\boxed{(2)}$ に当てはまる式として最も適当なのは，**ア**～**オ**のうちではどれですか。それぞれ一つ答えなさい。また，(3) には証明の続きを書き，**＜証明＞**を完成させなさい。

＜証明＞

直線 OC と円の交点のうち，C ではない方の点を E とする。

△DBC と△DCA において

∠DBC = $\angle d$ とすると，∠AEC = $\boxed{(1)}$ である。このことを用いると，∠ACE = $\boxed{(2)}$ である。

点 C は直線 m と円 O の接点なので，∠OCD = 90° である。

(3)

ア $\frac{1}{2}\angle d$　　**イ** $\angle d$　　**ウ** $2\angle d$　　**エ** $90° + \angle d$　　**オ** $90° - \angle d$

④ 図 2 において，DA = s，AB = t のとき，DC^2 を s と t を用いて表しなさい。（答えのみでよい。）

和樹：このことから∠D の大きさによらず線分 DC の長さが④のとき，ゴールに対する角度が最大になることが分かりました。